Вектор.

Основные понятия.

- ***Вектор*** – отрезок, имеющий определенную длину и направление (направленный отрезок).

Обозначается: $\overrightarrow{AB}$ или $\vec{a}$ **A** → **B** , где A – начало, B – конец вектора.

Длина вектора (абсолютная величина или модуль) – длина отрезка.

Длина вектора обозначается $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\vec{a}\right|$.

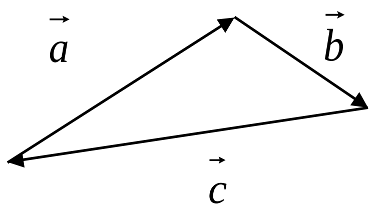
Если начало и конец вектора совпадает, то вектор называется **нулевым** и обозначается $\vec{0}$

Единичный вектор – вектор, имеющий длину равную 1.

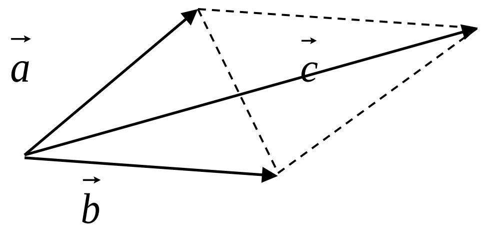
Действия над векторами.

- **Сумма векторов.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

Правило треугольника

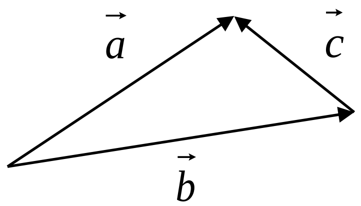


Правило параллелограмма



- **Разность векторов**.

Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, сумма которого с вектором $\vec{b}$ равна вектору $\vec{a}$, т.е $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$



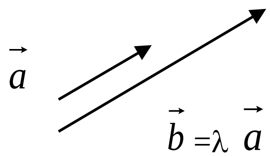
- ***Равные векторы*** – это векторы, у которых модули равны и совпадают их направления (сонаправлены и длины равны).
- Два ненулевых вектора называются ***коллинеарными,*** если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.
- Если два коллинеарных вектора имеют одинаковое направление, то они называются **сонаправленными,** в противном случае – **противоположно направленными.**

- **Произведение вектора на число.**

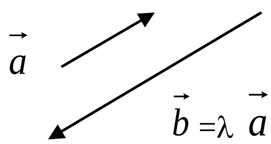
Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на скалярное число λ называется вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|\lambda| \times |\vec{a}|$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $\lambda \geq 0$, противоположно направлены при $\lambda < 0$.

Векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ коллинеарные.

Если $\lambda > 0$



Если $\lambda < 0$



- **Лемма:** Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ***коллинеарные*** и $\vec{a} \neq 0$, то существует такое число k, что $\vec{b} = k\vec{a}$.

- **Утверждение:** Если два вектора коллинеарные, то координаты одного вектора пропорциональны координатам другого.

Пусть $\vec{a}=\{x_1;y_1\}$и $\vec{b}=\{x_2;y_2\}$ - коллинеарны, то $\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_!}{y_2}$.

<u>Координаты и длина вектора.</u>

Даны точки: **A (X_1; Y_1) , B (X_2;Y_2)**

$$\overrightarrow{AB}\{X_2-X_1;Y_2-Y_1\}=\{x;y\} \quad \textbf{(1)}$$

Длина вектора или расстояние между двумя точками:

$$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(X_2-X_1)^2+(Y_2-Y_1)^2} \quad \textbf{(2)}$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{x^2+y^2} \quad \textbf{(3)}$$

Координаты середины отрезка AB

Пусть **A (X_1; Y_1) , B (X_2;Y_2)**, точка M – середина отрезка AB.

Координаты точки $M\left(\dfrac{X_1+X_2}{2};\dfrac{Y_1+Y_2}{2}\right)$ **(4)**

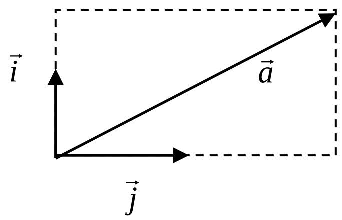
Пусть $\vec{a}\{x_1;y_1\}$**и** $\vec{b}\{x_2;y_2\}$

1. **Координаты равных векторов соответственно равны.**
   $\vec{a}=\vec{b} \Rightarrow x_1=x_2; y_1=y_2$
2. **Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.**
   $\vec{a}+\vec{b}=\{x_1+x_2; y_1+y_2\}$
3. **Каждая координата разности двух или более векторов равна разности соответствующих координат этих векторов.**
   $\vec{a}-\vec{b}=\{x_1-x_2; y_1-y_2\}$
4. **Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты на это число.**
   $k\vec{a}=\{kx_1;ky_1\}$

- **Разложение вектора.**

Любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.

$\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}$, где $\vec{i}$, $\vec{j}$ - координатные (единичные) векторы.



$\vec{a}=\{x;y\}$

- **Скалярное произведение.**

<u>*Скалярное произведение векторов*</u>$\vec{a}\{x_1;y_1\}$**и** $\vec{b}\{x_2;y_2\}$выражается формулой $\vec{a}\bullet\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2$ **(5)**

или $\vec{a}\bullet\vec{b}=|\vec{a}|\bullet|\vec{b}|\bullet\cos\left(\widehat{\vec{a};\vec{b}}\right)$ **(6)**

- ***Косинус угла между ненулевыми векторами***

<u>*Косинус угла α между ненулевыми векторами*</u> $\vec{a}\{x_1;y_1\}$**и** $\vec{b}\{x_2;y_2\}$вычисляется по формуле:

$$\cos\alpha=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}+\sqrt{x_2^2+y_2^2}} \quad \textbf{(7)}$$