

Тема : Наибольшее и наименьшее значение функции.

Правило закрытого промежутка:

Пусть $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$ и имеет производную в каждой внутренней точке отрезка. Для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на $[a;b]$, нужно:

1. Найти производную функции $f(x)$
2. Решить уравнение $f'(x) = 0$. Найти значения функции в точках $\in (a,b)$
3. Найти значения функции в концах отрезка, т.е. $f(a)$ и $f(b)$
4. Из найденных значений выбрать наибольшее и наименьшее

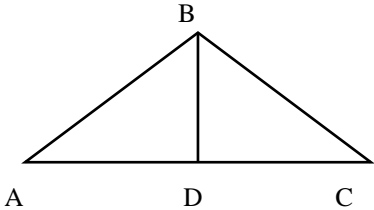
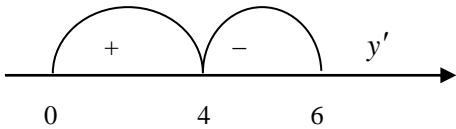
Прикладные задачи на экстремум

Правило открытого промежутка: Если $f(x)$ имеет на открытом промежутке только один экстремум (\min , \max), то в этом случае функция принимает наибольшее значение в точке \max и наименьшее значение в точке \min .

Задача

Периметр равнобедренного треугольника равен 12 см. Какой длины должно быть основание треугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

План решения

1. Строим рабочий чертеж.	
2. Записываем исходную формулу вычисления величины, экстремальное значение которой мы находим.	$S = \frac{AC \cdot BD}{2}$
3. Вводим переменную величину x . Выражаем через неё значение всех величин исходной формулы, по смыслу задачи находим допустимые значения x .	<p>Пусть $AC = x$</p> <p>Тогда $AB = \frac{12 - x}{2}$</p> <p>$BD = \sqrt{36 - 6x}$</p> <p>$S = \frac{x\sqrt{36 - 6x}}{2}$</p> <p>По условию задачи: $0 < x < 6$</p>
4. Вводим функцию аргумента x и исследуем на экстремум на найденном числовом.	<p>Вводим функцию аргумента x</p> <p>Пусть $f(x) = \frac{x\sqrt{36 - 6x}}{2}$</p> <p>Функция непрерывна и дифференцируема при $x \in (0;6)$. Найдем производную функции $f(x)$. Решаем уравнение $f'(x) = 0$. $x = 4$</p>  <p>$x = 7 \in (4;6) \quad f'(7) < 0$ $x = 3 \in (0;4) \quad f'(3) > 0$</p>
5. Записываем ответ.	<p>При переходе через точку $x = 4$ производная функции меняет знак с «+» на «-»</p> <p>$\Rightarrow x = 4$ – точка \max</p> <p>\Rightarrow в этой точке функция принимает наибольшее значение.</p>

Ответ: Площадь треугольника будет наибольшей при основании = 4 см.