

## Тригонометрические уравнения.

**!!! Запомни:**

- Увидел сумму – делай произведение!
- Увидел произведение – делай сумму!
- Увидел квадрат – понижай степень!

### Простейшие тригонометрические уравнения

Уравнение	Решение уравнения			
$\sin x = a$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$-1 \leq a \leq 1$	$\arcsin(-a) = -\arcsin a$	$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin a \leq \frac{\pi}{2}$
$\cos x = a$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$-1 \leq a \leq 1$	$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$	$0 \leq \arccos a \leq \pi$
$\operatorname{tg} x = a$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$a \in \mathbb{R}$	$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$	$-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg} a < \frac{\pi}{2}$
$\operatorname{ctg} x = a$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$a \in \mathbb{R}$	$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$	$0 < \operatorname{arcctg} a < \pi$

**Частный случай:**

Уравнение	Решение уравнения	Уравнение	Решение уравнения
$\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = 1$	$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\sin x = 0$	$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

**Таблица значений тригонометрических функций:**

	$\frac{\pi}{6}, 30^\circ$	$\frac{\pi}{3}, 60^\circ$	$\frac{\pi}{4}, 45^\circ$
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	1
$\operatorname{ctg} x$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1

**Способы решения уравнений:**

1. Уравнения, решаемые с помощью тригонометрических преобразований

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos \frac{x}{2} = 0 \quad \text{«Увидел сумму – делай произведение»}$$

$$\sin 7x \cos 2x = 0 \quad \text{«Увидел произведение – делай сумму»}$$

2. Уравнения, решаемые приведением к квадратному уравнению

$$2\sin^2 x - 5\sin x - 5 = 0$$

3. Однородные уравнения.

□ однородные уравнения 1 порядка:  $a \sin x + b \cos x = 0$

□ однородные уравнения 2 порядка:  $a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x = 0$

4. Уравнения, решаемые понижением порядка

$$\cos 2x + \cos^2 x = -\frac{5}{4} \quad \text{«Увидел квадрат – понижай степень»}$$

5. Уравнения вида  $a \sin x + b \cos x = c$

$$2\sin x + \cos x = 2$$