

Логарифмы и их свойства.

Определение: **Логарифмом** числа **b** по основанию **a** называется показатель степени, в которую нужно возвести основание **a**, чтобы получить **b**.

Обозначение: $\log_a b$, $b > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.

По определению: $\log_a b = n$, $a^n = b$.

$a^{\log_a b} = b$ – основное логарифмическое тождество (где $b > 0$, $a > 0$ и $a \neq 1$).

Основные свойства логарифмов:

1. $\log_a 1 = 0$;

2. $\log_a a = 1$;

3. Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей:

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y;$$

4. Логарифм частного равен логарифму делимого без логарифма делителя:

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

5. Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм ее основания:

$$\log_a x^p = p \log_a x.$$

Формула перехода к новому основанию: Эта формула верна, если обе её части имеют смысл, т.е. при $x > 0, a > 0$ и $a \neq 1$, $b > 0$ и $b \neq 1$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Следствия из формулы перехода.

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}; \quad \log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b; \quad \log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b.$$

Десятичный логарифм – логарифм по основанию 10, обозначение $\log_{10} b = \lg b$.

Натуральный логарифм – логарифм по основанию $e \approx 2,7$, обозначение $\log_e b = \ln b$.

Логарифмическая функция:

Определение: Функцию, заданную формулой $y = \log_a x$, называют логарифмической функцией с основанием a .