

## 8 класс.

### Арифметический квадратный корень.

**Определение:** Арифметическим квадратным корнем из числа  $a$  называется неотрицательное число  $b$ , квадрат которого равен  $a$ .

$$\sqrt{a} = b \Rightarrow b^2 = a, b \geq 0.$$

При любом  $a$ , при котором выражение  $\sqrt{a}$  имеет смысл верно равенство:  $(\sqrt{a})^2 = a$ .

### Уравнение вида $x^2 = a$ .

Если  $a < 0$ , то уравнение не имеет решения.

Если  $a = 0$ , то  $x^2 = a$ .

Если  $a > 0$ , то  $x = \pm\sqrt{a}$

### Свойства арифметического квадратного корня.

- Если  $a \geq 0, b \geq 0$ , то  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ .
- Если  $a \geq 0, b > 0$ , то  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .

### Квадратный корень из степени.

*Повторение. Модуль.*

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

- При любом значении  $x$  верно равенство  $\sqrt{x^2} = |x|$ .
- Вынесение множителя из-под знака корня.

$$\sqrt{a^7} = \sqrt{a^6 \cdot a} = \sqrt{(a^3)^2} \sqrt{a} = a^3 \sqrt{a}, \text{ т.к. } \sqrt{a^7} \text{ имеет смысл при } a \geq 0, \text{ то } |a| = a.$$

$$\sqrt{a^{10}} = \sqrt{(a^5)^2} = |a^5| = \begin{cases} a^5, & a \geq 0, \\ -a^5, & a < 0. \end{cases}$$

- $\sqrt{(a^n)^2} = \begin{cases} a^n, & n - \text{четно}, \\ |a^n|, & n - \text{нечетно} \end{cases} = \begin{cases} a^n, & a \geq 0 \\ -a^n, & a < 0 \end{cases}$
- Внесение множителя под знак корня.

Внесем множитель под знак корня в выражении  $a\sqrt{2}$ . Множитель может быть любым числом. Рассмотрим два случая:

- если  $a \geq 0$ , то  $a\sqrt{2} = |a|\sqrt{2} = \sqrt{a^2} \sqrt{2} = \sqrt{2a^2}$ .
- если  $a < 0$ , то  $a\sqrt{2} = -|a|\sqrt{2} = -\sqrt{a^2} \sqrt{2} = -\sqrt{2a^2}$ .

### Иррациональные уравнения.

**Определение:** Уравнения, в которых под знаком корня содержится переменная, называются **иррациональными**.

Например:  $\sqrt{x} - 2 = 0$

### Уравнения вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$ .

Способ решения: возведение левой и правой частей уравнения в квадрат и решение уравнения  $f(x) = g^2(x)$ .

При возведении обеих частей уравнения в квадрат появится посторонний корень (корень уравнения  $\sqrt{f(x)} = -g(x)$ ).

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

!!! Не надо добавлять  $f(x) \geq 0$ , т.к. это неравенство автоматически выполняется, т.к.  $f(x) = g^2(x) \geq 0$ .