

8 класс.

Арифметический квадратный корень.

Определение: Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число b , квадрат которого равен a .

$$\sqrt{a} = b \Rightarrow b^2 = a, b \geq 0.$$

При любом a , при котором выражение \sqrt{a} имеет смысл верно равенство: $(\sqrt{a})^2 = a$.

Уравнение вида $x^2 = a$.

Если $a < 0$, то уравнение не имеет решения.

Если $a = 0$, то $x^2 = a$.

Если $a > 0$, то $x = \pm\sqrt{a}$

Свойства арифметического квадратного корня.

- Если $a \geq 0, b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.
- Если $a \geq 0, b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Квадратный корень из степени.

Повторение. Модуль.

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

- При любом значении x верно равенство $\sqrt{x^2} = |x|$.
- Вынесение множителя из-под знака корня.

$$\sqrt{a^7} = \sqrt{a^6 \cdot a} = \sqrt{(a^3)^2} \sqrt{a} = a^3 \sqrt{a}, \text{ т.к. } \sqrt{a^7} \text{ имеет смысл при } a \geq 0, \text{ то } |a| = a.$$

$$\sqrt{a^{10}} = \sqrt{(a^5)^2} = |a^5| = \begin{cases} a^5, & a \geq 0, \\ -a^5, & a < 0. \end{cases}$$

$$\sqrt{(a^n)^2} = \begin{cases} a^n, & n - \text{четно}, \\ |a^n|, & n - \text{нечетно} \end{cases} = \begin{cases} a^n, & a \geq 0 \\ -a^n, & a < 0 \end{cases}$$

- Внесение множителя под знак корня.

Внесем множитель под знак корня в выражении $a\sqrt{2}$. Множитель может быть любым числом. Рассмотрим два случая:

- если $a \geq 0$, то $a\sqrt{2} = |a|\sqrt{2} = \sqrt{a^2} \sqrt{2} = \sqrt{2a^2}$.
- если $a < 0$, то $a\sqrt{2} = -|a|\sqrt{2} = -\sqrt{a^2} \sqrt{2} = -\sqrt{2a^2}$.

Иррациональные уравнения.

Определение: Уравнения, в которых под знаком корня содержится переменная, называются **иррациональными**.

Например: $\sqrt{x} - 2 = 0$

$$\text{Уравнения вида } \sqrt{f(x)} = g(x).$$

Способ решения: возведение левой и правой частей уравнения в квадрат и решение уравнения $f(x) = g^2(x)$.

При возведении обеих частей уравнения в квадрат появится посторонний корень (корень уравнения $\sqrt{f(x)} = -g(x)$).

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

!!! Не надо добавлять $f(x) \geq 0$, т.к. это неравенство автоматически выполняется, т.к. $f(x) = g^2(x) \geq 0$.