

Иррациональные уравнения.

Определение: Уравнения, в которых под знаком корня содержится переменная, называются **иррациональными**.

Уравнения вида: $\sqrt{f(x)} = g(x)$ (1)

Способ решения: возведение левой и правой частей уравнения в квадрат и решение уравнения $f(x) = g^2(x)$.

При возведении обеих частей уравнения в квадрат появится посторонний корень (корень уравнения $\sqrt{f(x)} = -g(x)$).

Схема №1

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

Уравнение вида $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ (2).

Схема №2

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$$

или

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

На практике выбирается та схема, где решение неравенство системы более простое.

Уравнения вида: $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$ (3)

При нечетном n корни извлекаются из любого действительного числа.

$$\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x)$$

При четном n работает схема

$$\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$$

или

$$\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

На практике выбирается та схема, где решение неравенство системы более простое.

Уравнения вида: $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)}$ (4)

$$\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) + 2\sqrt{f(x)g(x)} + g(x) = h(x), \\ f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$