

Учебный модуль «Решение уравнений» по курсу «Алгебры и начала математического анализа». 10-11 класс.

Автор: Минина Елена Валентиновна, учитель математики муниципального общеобразовательного учреждения «Средняя общеобразовательная школа № 89», г.Северск Томской области
Адрес: 636019, г. Северск пр. Коммунистический д.106 кв.66

Содержание.

1. Пояснительная записка.
2. Методические разработки уроков:
 - 2.1. Методическая разработка урока-семинара в 11 классе по теме «Некоторые способы решения логарифмических уравнений».
 - 2.2. Методическая разработка урока-семинара в 10 классе по теме «Решение тригонометрических уравнений».
 - 2.3. Методическая разработка урока-семинара в 11 классе по теме «Повторение: общие методы решения уравнений».
3. Приложение: рабочая карта группы.
4. Литература.

1. Пояснительная записка.

Единый государственный экзамен по математике, привнесенный в российское образовательное пространство, имеет свои сильные и слабые стороны. Одна из слабых сторон – это решение уравнений. Чтобы минусы обратить в плюсы, учителю, который готовит школьников к экзамену, в первую очередь необходимо систематизировать знания по данной теме, классифицировать типы уравнений, методы решений.

Данный учебный модуль «Решение уравнений» представляет собой комплекс уроков-семинаров по основным темам курса «Алгебры и начала математического анализа». 10-11 класс».

Цели учебного модуля:

- обобщить и систематизировать знания учащихся;
- познакомить учащихся с некоторыми методами и приемами решения математических уравнений;
- сформировать умения применять полученные знания при решении математических уравнений.

Занятия модуля являются уроками обобщения и систематизации знаний по таким разделам математики – «Некоторые методы решения тригонометрических уравнений», «Некоторые методы решения логарифмических уравнений» и «Общие методы решений уравнений»

На этом модуле учащиеся старших классов учатся применять свои полученные знания, умения и навыки на практике в непривычной для них форме обучения - эвристического.

В основе эвристического обучения лежит специфический параметр – объем совокупного продуктивного образовательного процесса, зависящий от количества субъектов обучения и отводимого на обучение времени.

Чем больше субъектов обучения (учеников) и чем большее время на обучение предусматривает данная форма, тем больше оказывается объем продуктивного образовательного процесса.

Данные уроки – это коллективные классно-урочные занятия, которые позволяют организовать эвристическую деятельность школьников по созданию ими образовательных продуктов.

Концентрированным выражением эвристического урока являются эвристические лекции и эвристический семинар.

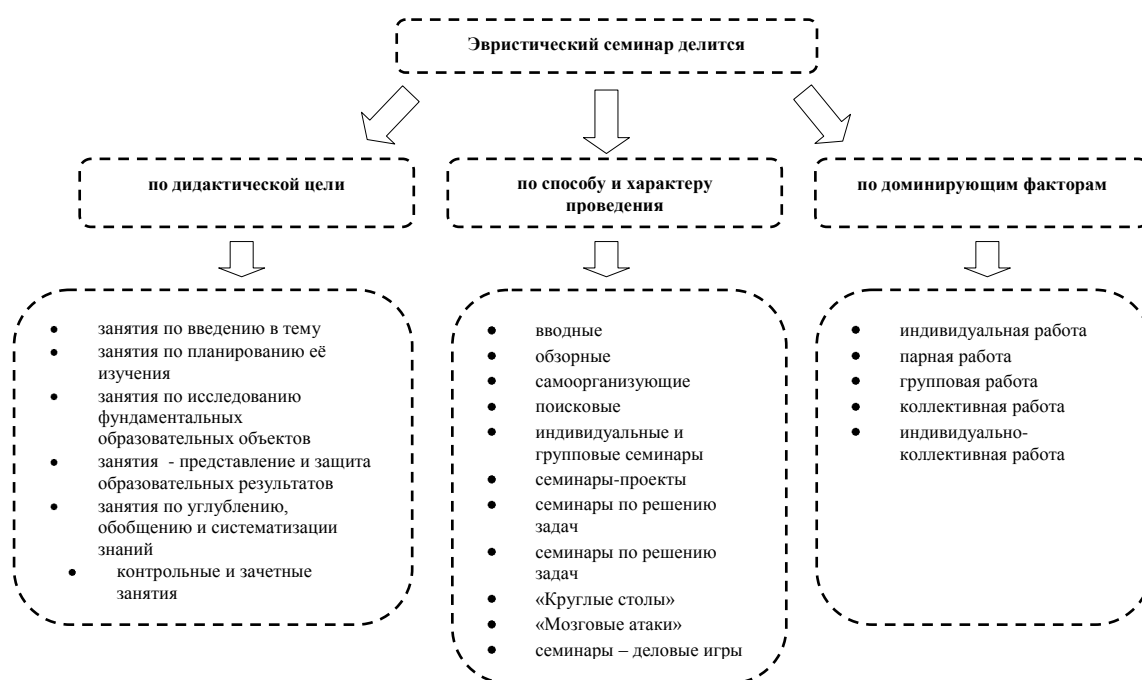
Эвристическая лекция – форма обучения, в которой учитель, излагая материал, помогает учащимся создавать новые знания или понимания, формулировать проблемы, делать собственные открытия (конструктивная лекция, лекция – диалог, лекция с научной структурой, лекция теоретического конструирования).

Эвристический семинар – форма занятий, обеспечивающая на основе деятельности учащихся создание ими личных образовательных продуктов в направлении занятия.

Все представленные разработки уроков по типу эвристические семинары.

Им предшествуют уроки – эвристические лекции.

Эвристические семинары отличаются от других типов занятий технологическими условиями повышения активности и самостоятельности школьников, проявления их организаторских качеств.



Представленные ниже эвристические семинары

- по дидактической цели: учебные занятия по обобщению и систематизации знаний;
- по способу и характеру проведения: групповые семинары;
- по доминирующим факторам: индивидуальная, коллективная работа.

Для успешного проведения эвристического семинара в главную задачу учителя входит предварительная подготовка учащихся к семинарской форме на обычных уроках.

Виды деятельности учащихся для подготовки к семинару:

- индивидуальное самообучение – выполнение самостоятельной работы (работа с изучаемыми объектами, учебниками и т.д.), составление письменных сообщений;
- парное взаимообучение – ученики работают в стабильных парах (соседи за одной партой) или в парах сменного характера объясняют друг другу вопрос, защищают свою тему, оценивают результаты товарища;
- групповая работа по общей теме – обучение внутри группы: объяснение нового материала, обсуждение его и оценивание своей деятельности, подготовка выступлений;
- взаимообучение групп;
- ученик вместо учителя;
- подготовка учениками выступлений
- самоорганизующийся коллектив.

Групповая работа на эвристических семинарах.

Для развития оргдеятельностных качеств учащихся для работы в семинаре класс делится на группы различными способами образования групп

Я применяю такие способы:

I способ: группы создаются на основе уже существующего размещения учеников в классе. Например, группу образуют 4 человека, сидящие за двумя соседними партами, либо ученики целого ряда;

II способ: учитель со своими критериями определяет состав ученических групп;

III способ: ученики самостоятельно разбиваются на группы по 4-6 человек еще до семинара или на в самом его начале;

IV способ: класс выбирает лидеров (командиров групп), которые набирают себе в группы остальных учащихся.

В группе учащиеся дифференцированы по уровню знаний (слабый, средний и сильный). Учащиеся сами выбрали лидера своей группы, он же является консультантом по всем вопросам в группе.

Оргдеятельностные виды деятельности учащихся в группе:

- постановка цели,
- планирование своей работы,
- обсуждение возникших проблем,
- распределение работы внутри группы,
- контроль, анализ и оценка своей деятельности.

Свое мнение учащиеся излагают «по солнышку», то есть по часовой стрелке, не перебивая друг друга. Если в группах работа «не идет», то учитель применяет различные методы активизации, координирует работу сам. В конце подводится итог: что сделано, как работали, каковы задачи на будущее. Следит за этапами работы в группе лидер (командир).

Группы на семинаре работают самостоятельно, но их этому надо учить.

Поэтому важна технология организации работы в группах.

Делать это можно путем общего инструктажа, специальных памяток, заранее подготовленных заданий, консультаций, непосредственного участия учителя в работе группы.

Все представленные ниже эвристические семинары построены по схеме:



Уровень овладения оргдеятельностными формами работы обуславливает успех группы в других видах эвристической деятельности: когнитивной и креативной. На первых этапах группового обучения результаты обычно скромные. По мере освоения оргдеятельностного компонента учащиеся создают все более качественную образовательную продукцию когнитивного и креативного уровня. Групповая форма эвристического обучения обеспечивает достаточно высокие результаты продуктивной образовательной деятельности и способствуют формированию у школьников оргдеятельностных личностных качеств и последовательному овладению соответствующими способами деятельности.

Методическая разработка урока-семинара в 11 классе
по теме «Некоторые способы решения логарифмических уравнений».

Цель:

- проверка знаний, умений и навыков при решении логарифмических уравнений;
- применение теоретического материала при выполнении самостоятельной работы.

План семинара:

Организационный момент

1. Повторение теоретического материала
2. Защита способов решения логарифмических уравнений
3. Прикладные примеры
4. Программированное задание
5. Самостоятельная работа

Подведение итогов.

Оборудование:

1. Карточки для групп для защиты способа решения логарифмических уравнений.
2. Дифференцированные задания для самостоятельной работы;
3. Программированное задание на каждую группу;
4. Рабочая карта учащегося;
5. Рабочая карта группы;
6. «Рука помощи».

Этап урока	Текст учителя	Действия учителя	Виды деятельности учащихся (эвристические)
Организационный момент	<p>Работа на сегодняшнем семинаре будет проходить в группах.</p> <p>Общий инструктаж: Вы знаете, что все результаты, которые вы получите во время семинара, вы можете записывать в свою рабочую карту. Это нужно и для контроля и для анализа вашей деятельности в группе, в классе.</p> <p>Групповой результат записывается в листок ответов группы.</p> <p>Тема семинара: «Некоторые способы решения логарифмических уравнений».</p> <p>Для начала сформулируем цель семинара, исходя из темы.</p> <p>Задание для группы: Сформулируйте цель нашего семинара, согласно теме.</p> <p>Каждая группа представляет свой вариант.</p> <p>Цель записывается на доске и в рабочих картах.</p>	<p>Объяснение структуры семинара, принятие его целей вместе с учащимися.</p> <p>Учитель вместе с лидерами групп выписывает поставленные цели. Из них выбирается самая конструктивная.</p>	<p>Учащиеся ставят цель, планируют свою работу. (оргдеятельност ная работа)</p>

<p>1) Повторение теоретического материала</p>	<p>Задание для группы: запишите все основные свойства логарифмов, которые вам известны. Каждая группа записывает в листок группы все основные свойства логарифмов. Группы меняются ответами и проверяют их правильность. Ответы анализируются.</p>	<p>Учитель корректирует действия учащихся.</p>	<p>Учащиеся осуществляют контроль, анализируют и оценивают деятельность другой группы.</p>
<p>2) Защита способов решения логарифмических уравнений</p>	<p>Задание для группы: решите уравнение и сделайте защиту своего способа решения. Лидеры групп методом жеребьевки выбирают способ решения уравнения для защиты. Уравнения для защиты (приложение № 1)</p>	<p>Учитель на доске выписывает все полученные способы решения логарифмических уравнений.</p>	<p>Коллективное обсуждение и решение поставленной задачи. Взаимодействие с другими группами – придумывание вопросов, соучастие групп в решении общей для всего класса задачи (в случае если группа не справилась со своим заданием). Учащиеся в группе решают уравнение, выбирают учащегося, который будет производить защиту способа решения логарифмического уравнения. Решение подробно записывается у доски. При защите учащиеся из других групп задают вопросы, ищут ошибки, допущенные при решении.</p>

3) Прикладные примеры	Проверим домашнее творческое задание: прикладные примеры логарифмов или сведения из истории.	Учитель обобщает, анализирует.	Выступление учащихся перед классом по заранее подготовленному вопросу. Выступающие учащиеся занимались индивидуальным самообучением и подготовили сообщения. Учащиеся конспектируют сообщения, задают вопросы выступающим учащимся.
4) Программированное задание	Задание для группы: выполнение программированного задания. В рабочей карте находится программированное задание (приложение №2). Учащиеся индивидуально и коллективно решают, а лидер предоставляет полученный результат на листке ответов группы.	Учитель контролирует правильность выполнения, анализирует ошибки.	Коллективное обсуждение и решение поставленной задачи.
5) Самостоятельная работа	Выполнение индивидуальной самостоятельной работы. 4 варианта по 5 заданий (6 групп) (приложение № 3). Лидер группы сам раздает варианты.	Учитель оказывает помощь при затруднениях учащимся, которые поднимают «руку помощи» (можно только один раз воспользоваться «рукой помощи»).	Индивидуальная работа. Лидеры групп имеют право оказывать помощь внутри группы.
Подведение итогов	Подведем итоги семинара: что сделано на семинаре, как проходила работа, каковы задачи на будущее.		Учащиеся подводят итог. В каждой группе подводится итог: что сделано, как работали, каковы задачи на будущее.

Приложение № 1.

Защита способов решения логарифмических уравнений.

уравнения	способ	ответ
$\log_2 \log_3 \log_4 (6x + 4) = 0$	Уравнения, решаемые по определению логарифма.	$x = 10$.
$\log_3^2 x - \log_3 x = 2$	Уравнения, решаемые приведением к квадратному уравнению.	$x = \frac{1}{3}; 9$.
$\log_2 (x + 13) = 2 \log_2 (x + 1)$	Потенцирование.	$x = \frac{1}{16}; 8$.
$x^{\lg x + 3} = 10^{4 + 3 \lg x}$	Логарифмирование.	$x = \frac{1}{100}; 100$.
$\log_3 x + 2 \log_x 3 = 3$	Уравнения, решаемые приведением к одному основанию.	$x = 3; 9$.
$\log_3 x = 0,5x - 0,5$	Графический метод решений.	$x = 1$

Приложение № 2.

Программированное задание.

Задание	Ответ			
	1	2	3	4
Найдите область определения функции $y = \log_3 \sqrt{x}$	$\leftarrow \infty; +\infty \rightleftarrows$	$0; +\infty \rightleftarrows$	$0; +\infty \rightleftarrows$	$x \in \mathbb{R}$
Вычислите $2^{1 - \log_2 7}$	$\frac{2}{7}$	14	$\frac{1}{7}$	-6
Решите уравнение: $\log_3 (2x - 1) = 2$	4	3,5	10	5

Ответы:

3	1	4
---	---	---

Приложение № 3.

Самостоятельная работа по 4 вариантам (дифференцированные задания).

<p>Вариант 1</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{\frac{1}{2}} (2x + 3) = 0$ $\log_{0,1} (x^2 + 1) = \log_{0,1} (2x - 5)$ $\log_2^2 x - 3 \log_2 x = 4$ $x^{\log_3 x} = 3$ $\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x = 4$ 	<p>Вариант 2</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_3 (x + 5) = -1$ $\log_2 (x + 12) = 2 \log_2 x$ $\log_3^2 x + \log_3 x = 6$ $x^{\log_2 x + 2} = 8$ $2 \log_5 x + 2 \log_x 5 = 5$
<p>Вариант 3</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_{0,2} (x - 1) = 4$ $\lg (x + 1,5) = -\lg x$ $\frac{1}{12} \lg^2 x = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \lg x$ $x^{1 - \frac{\log_5 x}{4}} = 5$ $\log_{x^2} 16 + \log_{2x} 64 = 3$ 	<p>Вариант 4</p> <ol style="list-style-type: none"> $\log_5 \log_3 \log_2 (x^2 + 7x) = 0$ $\log_5 (x - 1) + \log_5 (x - 2) = \log_5 (x + 2)$ $\log_2^2 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$ $x^{\lg x} = 100x$ $3 \log_x 16 - 4 \log_{16} x = 2 \log_2 x$

Методическая разработка урока-семинара в 10 классе
по теме «Решение тригонометрических уравнений».

Цель:

- проверка знаний, умений и навыков при решении тригонометрических уравнений;
- применение теоретического материала при выполнении самостоятельной работы.

План семинара:

Организационный момент

1. Повторение теоретического материала
2. Защита способов решения тригонометрических уравнений
3. Программированное задание
4. Самостоятельная работа

Подведение итогов.

Оборудование:

1. Карточки для групп для защиты способа решения тригонометрических уравнений.
2. Дифференцированные задания для самостоятельной работы;
3. Программированное задание на каждую группу;
4. Рабочая карта учащегося;
5. Рабочая карта группы;
6. «Рука помощи».

1. Повторение теоретического материала.

Экспресс – опрос:

Вопрос: Какие уравнения называются тригонометрическими?

«На уравнения посмотри – решения найди».

$\sin x = \frac{\pi}{3}$	$ctgx = \frac{1}{7}$	$tgx = -1$	$\cos x = 0$
$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$tgx = 5$	$\sin x = 0$	$ctgx = 1$

«Найди ошибку»

$$\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1 = 0; \quad 2\sin x \cos x + 2\cos x - (\sin x + 1) = 0;$$

$$2\cos x(\sin x + 1) - (\sin x + 1) = 0; \quad (\sin x + 1)(2\cos x - 1) = 0;$$

$$\begin{cases} \sin x + 1 = 0 \\ 2\cos x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Правильный ответ:

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

2. Защита способов решения тригонометрических уравнений.

Вспомним законы, которым во многих случаях подчиняются тригонометрические выражения:

- «Увидел сумму – делай произведение»
- «Увидел произведение – делай сумму»
- «Увидел квадрат – понижай степень»

уравнения	тип	ответ
$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$	уравнения, которые сводятся к квадратным уравнениям	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$
$2 \sin x + \cos x = 0$	однородные уравнения	$x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$
$\operatorname{tg} x - \sin x \operatorname{tg} x = 0$	разложение на множители	$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$
$\cos^2 x + \cos^2 3x = 1$	понижение порядка уравнения	$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}.$ $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$
$\sin 6x + \sin 4x = 0$	уравнение, решаемое с помощью тригонометрических преобразований	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$ $x = \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}.$
$2 \sin 2x + \cos 2x = 2^*$	уравнения вида $a \sin x + b \cos x = c$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$ $x = \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$

Решение уравнения *:

$$2 \sin 2x + 2 \cos 2x = 2$$

$$4 \sin x \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x$$

$$4 \sin x \cos x - \cos^2 x - 3 \sin^2 x = 0$$

Разделим каждый член на $\cos^2 x \neq 0$

$$4 \operatorname{tg} x - 1 - 3 \operatorname{tg}^2 x = 0$$

Замена переменной $\operatorname{tg} x = t \in \mathbb{R}$;

$$3t^2 - 4t + 1 = 0; t = 1; \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x = 1 \\ \operatorname{tg} x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

3. Программированное задание

Задание	Ответ			
	1	2	3	4
$\sin x = -\frac{1}{2}$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$
$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$x = \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$x = \pm \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$x = \pm \frac{\pi}{2} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$x = \pm \frac{\pi}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$
$\operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{3}) = -1$	$x = \frac{\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$x = -\frac{7\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$x = -\frac{\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$	$x = \frac{\pi}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Ответы:

3	2	1
---	---	---

4. Самостоятельная работа по 5 вариантам (дифференцированные задания).

<p>Вариант 1</p> <ol style="list-style-type: none"> $\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{2}$ $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ $2\sin^2 x + \cos x = 1$ $3\sin^2 x + 4\cos^2 x - 13\sin x \cos x = 0$ $4\sin x - 2\cos x = 0$ $\cos 4x = \cos 8x$ 	<p>Вариант 4</p> <ol style="list-style-type: none"> $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $6\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 1 = 0$ $2\operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x - 1 = 0$ $1 - 4\cos^2 x = \sin 2x$ $\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
<p>Вариант 2</p> <ol style="list-style-type: none"> $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{7}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $2\cos^2 x + \cos x = 1$ $2\sin^2 x + 5\cos x - 4 = 0$ $\sin^2 x + \sin 2x = 3\cos^2 x$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 3\cos x = 0$ $\cos 3x + \cos 5x = 0$ 	<p>Вариант 5</p> <ol style="list-style-type: none"> $\operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{7}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\operatorname{ctg}^2 x - 3\operatorname{ctg} x - 4 = 0$ $3\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 4$ $1 - 3\cos^2 x = \sin 2x$ $\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
<p>Вариант 3</p> <ol style="list-style-type: none"> $\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = -\sqrt{3}$ $2\sin^2 x + 3\sin x = -1$ $4\cos^2 x - 3\sin x = 3$ $7\sin^2 x = 4\sin 2x - \cos^2 x$ $\sin x - 2\cos x = 2$ $\sin 15x = \sin 7x$ 	

Блок уравнений для домашнего задания:

- $\cos 2x = \sqrt{2}(\cos x - \sin x)$
- $2\cos^2 3x - \sin 3x - 1 = 0$
- $\cos x - \cos 3x = \sin 2x$
- $2\sin^2 x + \cos 4x = 0$
- $2\operatorname{tg} x - 3 = 2\operatorname{ctg} x$
- $\sin 4x - 3\cos 4x = 8\sin^2 2x$
- $2\sin^2 x + \sin 2x = 3$
- $\cos 3x \cos 2x = \sin 3x \sin 2x$

Методическая разработка урока-семинара в 11 классе
по теме «Повторение: общие методы решения уравнений».

Цель:

- подготовка к ЕГЭ
- проверка знаний, умений и навыков при решении уравнений;
- применение теоретического материала при выполнении самостоятельной работы.

План семинара:

Организационный момент

1. Повторение теоретического материала
2. Защита способов решения логарифмических уравнений
3. Программированное задание
4. Самостоятельная работа

Подведение итогов.

Оборудование:

1. Карточки для групп для защиты способа решения логарифмических уравнений.
2. Дифференцированные задания для самостоятельной работы;
3. Программированное задание на каждую группу;
4. Рабочая карта учащегося;
5. Рабочая карта группы;
6. «Рука помощи».

1. Повторение теоретического материала.

Вопросы:

1. Какие уравнения вы знаете?

Ответ: Уравнения:

- Алгебраические
- Иррациональные
- Линейные
- Логарифмические
- Квадратные
- Тригонометрические
- Дробно-рациональные
- Показательные
- Биквадратные
- и т.д.
- Параметрические

2. Назовите общие методы решения уравнений?

Ответ: Способы:

- Замена уравнений $h(f(x)) = h(g(x))$ уравнением $f(x) = g(x)$.
 - Метод разложения на множители.
 - Метод введения новой переменной.
 - Функционально-графический метод.
3. Назовите основные этапы решения уравнений.

Ответ: Решение уравнения осуществляется в три этапа:

1 этап: технический, на котором осуществляют преобразования и находят корни последнего, самого простого.

2 этап: анализ решения, т.е. все ли преобразования были равносильными

3 этап: проверка корней, если преобразования не были равносильными, их подстановкой в исходное уравнение.

4. Сколько теорем равносильности вы знаете?

Ответ: Теоремы о равносильности уравнений.

Теорема 1. Если какой-либо член уравнения перенести из одной части уравнения в другую с противоположным знаком, то получится уравнение, равносильное данному.

Теорема 2. Если обе части уравнения возвести в одну и ту же нечетную степень, то получится уравнение, равносильное данному.

Теорема 3. Показательное уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (где $a > 0$, $a \neq 1$) равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Следующие три теоремы — «беспокойные»

Теорема 4. Если обе части уравнения $f(x) = g(x)$ умножить на одно и то же выражение $h(x)$, которое:

а) имеет смысл всюду в области определения (в области допустимых значений) уравнения $f(x) = g(x)$;

б) нигде в этой области не обращается в 0, то получится уравнение $f(x)h(x) = g(x)h(x)$, равносильное данному.

Теорема 5. Если обе части уравнения $f(x) = g(x)$ неотрицательны в области определения уравнения, то после возведения обеих его частей в одну и ту же четную степень n получится уравнение, равносильное данному: $f(x)^n = g(x)^n$.

Теорема 6. Если $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$, то логарифмическое уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, где $a > 0$, $a \neq 1$, равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

2. Защита общих методов решения уравнений.

уравнения	тип	ответ
карточки для групп		
$\lg(x^2 - 5) = \lg(2x + 30)$	Замена уравнений $h(f(x)) = h(g(x))$ уравнением $f(x) = g(x)$	$x = 7$
$x^3 + 3x^2 - 4x = 0$	Метод разложения на множители	$x = -1; 0; 4$
$5^x + 4 = 5^{2x+1}$	Метод введения новой переменной	$x = 0$
$2^x = 6 - x$	Функционально-графический метод	$x = 2$

3. Программированное задание.

Задание	Ответ			
	1	2	3	4
Решите уравнение: $\sin x = -\frac{1}{2}$	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6} + \pi, n \in \mathbb{Z}$
Вычислите $3^{1-\log_3 7}$	21	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	-21
Решите уравнение: $\log_3(2x-1) = 2$	4	3,5	10	5
Решите уравнение: $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{3x-3}$	-1; 4	нет решения	1; 2	2

ОТВЕТ:

1	2	4	3
---	---	---	---

Справка историческая.

1243 год - формальное установление Монголо-татарского ига.

(также известно как - о) —
зависимость русских княжеств от монголо-татарских ханов (сначала монгольских, позднее — Золотой Орды) в XIII—XV веках. Иго началось в результате монгольских завоеваний в XIII веке.

Русские земли при вхождении в состав Монгольской империи сохранили местное княжеское правление, чья деятельность контролировалась баскаками и прочими представителями монголо-татарских ханов. Русские князья платили дань ханам и получали от них ярлыки на владение своими землями. На территории русских княжеств не было постоянного монголо-татарского войска, так как иго поддерживалось карательными походами и наказанием непокорных князей. До начала 60-х годов XIII века русские княжества пребывали под властью монгольских ханов, после — ханов Золотой Орды.

4. Самостоятельная работа по 4 вариантам (дифференцированные задания).

<p style="text-align: center;">Вариант 1</p> <ol style="list-style-type: none">$(3x^2 - 2)^4 = (x + 8)^4$$\log_{0,8}(9x - 4) = \log_{0,8}(2x + 45)$$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$$2\cos^2 x - 7\cos x - 4 = 0$	<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <ol style="list-style-type: none">$\sqrt[3]{7-x} = \sqrt[3]{5x+1}$$\log_{0,1}\sqrt{5x-6} = \log_{0,1}\sqrt{x^2-2}$$x^5 + 8x^4 + 12x^3 = 0$$\sin^2 x + \cos^2 2x = 1$
<p style="text-align: center;">Вариант 2</p> <ol style="list-style-type: none">$(2x^2 + 1)^5 = (1 - x^2)^5$$\log_{\sqrt{3}}(12x - 14) = \log_{\sqrt{3}}(2x + 16)$$x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$$4\sin^2 x - 17\sin x + 4 = 0$	<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> <ol style="list-style-type: none">$\sqrt[5]{3^x - 1} = \sqrt[5]{3 - 9^x}$$(\log_{0,1}^2 x - 2)^3 = (2\log_{0,1} x + 1)^3$$2x^2 \cos x + 9 = 18\cos x + x^2$$\cos^2 3x - \sin^2 3x + \cos 6x = \sqrt{2}$

Рабочая карта группы:

Тема: _____

<i>№ (название) группы</i>		<i>вариант</i>
<i>Командир группы</i>		
<i>Состав</i>		

Цель:

- проверка знаний, умений и навыков при решении уравнений;
- применение теоретического материала при выполнении самостоятельной работы.

План урока:

1. Повторение теоретического материала.
2. Программированное задание.
3. Защита общих методов решения уравнений.
4. Самостоятельная работа (дифференцированные задания).

Повторение теоретического материала.

Программированное задание.

Ответы:

--	--	--	--

Защита общих методов решения уравнений.

Название метода	ответ
	$x =$

Литература.

1. Осин. А.Я. Современные формы и методы эвристического обучения, Владивостокский государственный медицинский университет, статья, http://lib.vgmu.ru/Files/Journal/PMJ_2007_2/PMJ_2007_2_14.pdf
2. Хуторской А.В. Эвристическое обучение: теория, методология, практика. Научное издание. М.: Международная педагогическая академия, 1998. - 266 с.
3. Хуторской А.В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения. М.: Издательство МГУ, 2003.
4. Учебник «Алгебра и начала анализа 9-11 класс» для вечерней (сменной) школы, М: Просвещение, 1986.
5. Учебник «Алгебра и начала анализа 9-11 класс» под редакцией Башмакова, М: Просвещение, 1992.